

**50<sup>e</sup> COLLOQUE INTERNATIONAL COPIRELEM**  
**5 juin 2024**

**La France face à la diversité  
de l'enseignement des mathématiques**

**Programmes scolaires, pratiques enseignantes  
et effets sur les apprentissages**



**Éric Roditi**



## **Diversité des scores et des programmes scolaires**

TIMSS CM1 2015 : le cas des fractions

## **Diversité des scores et familiarité avec les items**

TIMSS CM1 2019 : le cas de la France

## **De nouveaux programmes : une réponse ?**

Focus sur les décimaux en CE1 et les fractions dès le CP

## **Diversité des pratiques d'enseignement**

Diversités des pratiques : questions sur les pratiques efficaces

# Diversité des scores et des programmes scolaires

## TIMSS CM1 2015 : le cas des fractions

Martinez, S. & Roditi, E. (2017). Programmes scolaires et apprentissage de la notion de fraction à l'école élémentaire. Quelques enseignements tirés de TIMSS. *Éducation & Formations*, 94, 23-40.

Une recherche qui interroge le lien entre les conditions d'enseignement (les programmes scolaires notamment, mais aussi différents textes officiels) et les performances des élèves à l'évaluation TIMSS CM1 de 2015.

Trois zones géographiques étudiées : l'Amérique du Nord, l'Asie et l'Europe de l'Ouest.

Onze pays ou provinces : Angleterre, Corée du Sud, Floride, France, Hong Kong SAR, Irlande du Nord, Ontario, Québec, République d'Irlande, Singapour, Taipei chinois.

# Diversité des scores et des programmes scolaires

## Effet de la précocité de l'enseignement

↘ **Tableau 3** Corrélation entre la précocité de l'enseignement des fractions et la performance au test

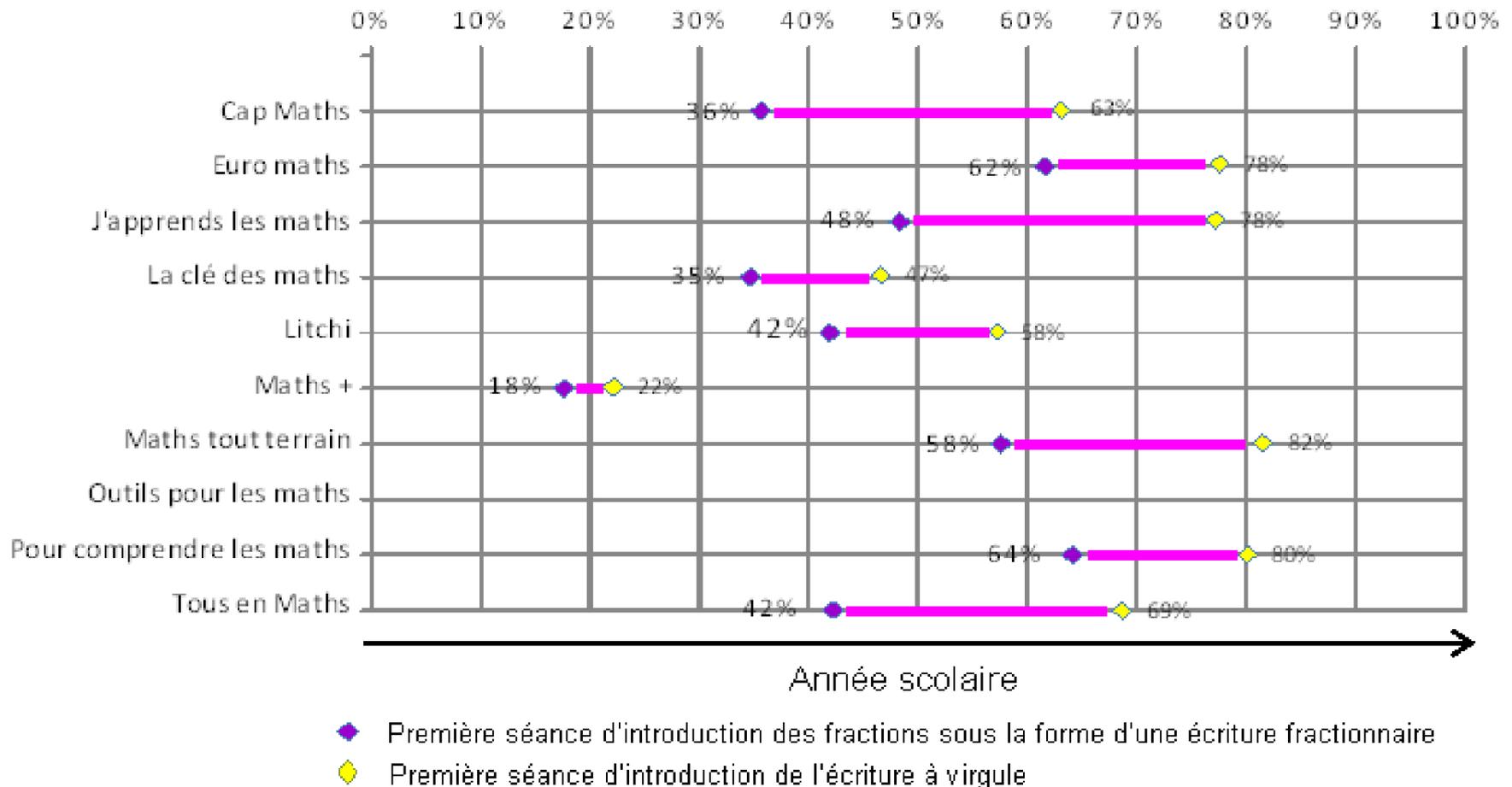
Pays ou province	Début de l'enseignement (année)	Performance moyenne
Angleterre	2	55 %
Corée du Sud	2	73 %
Floride	3	69 %
France	4	37 %
Hong Kong SAR	3	83 %
Irlande du Nord	2	65 %
Ontario	2	45 %
Québec	1	57 %
République d'Irlande	3	65 %
Singapour	2	83 %
Taipei chinois	2	72 %

Éducation & formations n° 94 © DEPP

# Diversité des scores et des programmes scolaires

## Diversité française de la précocité de l'enseignement

Première séance d'introduction des fractions / de l'écriture à virgule  
(d'après Mounier & Priolet, 2015)



# Diversité des scores et des programmes scolaires

## Compétences évaluées et présence dans les programmes

### PRÉSENCE DANS LES PROGRAMMES DES COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS LES ITEMS TIMSS

Pays ou province	Compétences						
	Associer une fraction et un dessin (partie-tout)	Associer une fraction et un dessin (partition)	Comparer des fractions	Trouver une fraction équivalente	Additionner deux fractions	Trouver le complément à l'unité	Convertir un décimal en fraction
Angleterre	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui
Corée du Sud	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non	Oui
Floride	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui
France	Oui	Non	Non	Non	Non	Non	Oui
Hong Kong SAR	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Oui
Irlande du Nord	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui
Ontario	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Non	Oui
Québec	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui
République d'Irlande	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non	Oui
Singapour	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Oui
Taipei chinois	Oui	Oui	Oui	Oui	Non	Non	Oui

# Diversité des scores et des programmes scolaires

## Cinq significations – non indépendantes – des fractions

La fraction « **partie-tout** » ou « **partition** » quantifie la relation entre deux quantités, celle d'une partie et celle qui forme un tout (une unité ou une collection d'unités).

*Les filles de la classe représentent 3 élèves sur 5.*

La fraction « **mesure** » exprime la mesure d'une grandeur.

*La longueur  $5/4$  coïncide avec 5 reports d' $1/4$  d'unité de mesure.*

La fraction « **opérateur** » ne représente pas une relation ou une mesure, mais une transformation.

*La maquette du train est à l'échelle  $1/87$ .*

La fraction « **quotient** » correspond au nombre (rationnel) qui est représenté par une fraction.

*$1/2$  représente le nombre 0,5. Le quotient  $1 \div 2$  est égal à 0,5.*

La fraction « **ratio** » ou « rapport » met en relation la mesure de deux parties, sans référence à celle du tout.

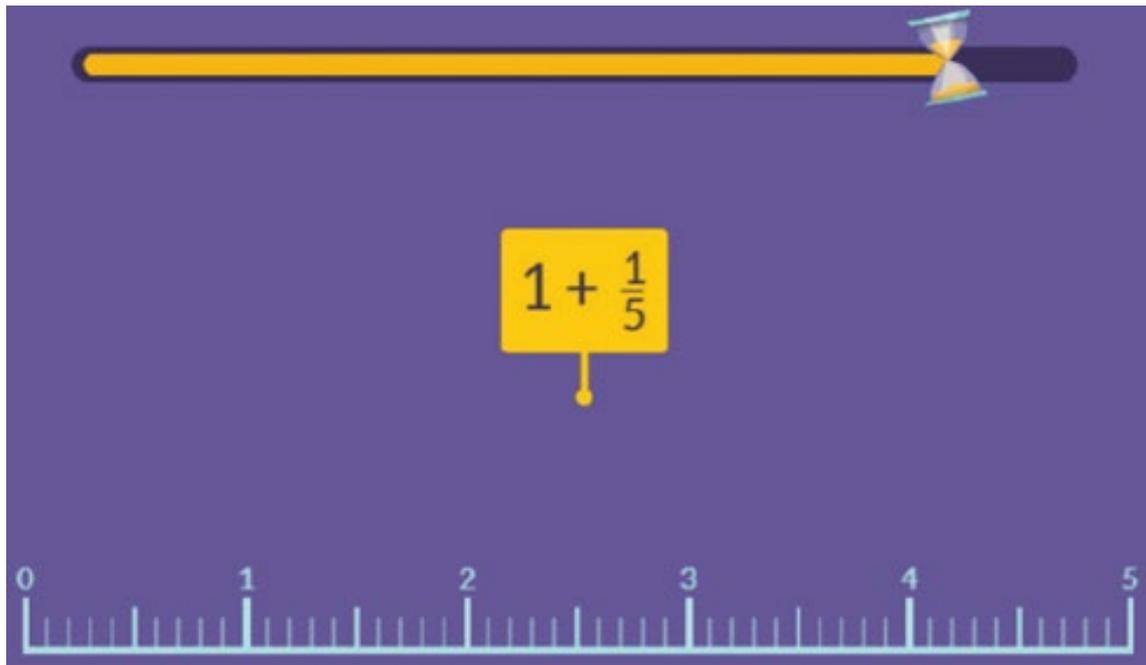
*L'équipe de direction comporte trois femmes pour deux hommes.*

# Diversité des scores et des programmes scolaires

## Cinq significations – non indépendantes – des fractions

### Quotient (position) et mesure (longueur, position)

Recherche menée par Dehaene et la DEPP, entrée en 6<sup>e</sup>



# Diversité des scores et des programmes scolaires

## Cinq significations – non indépendantes – des fractions

### Quotient (position) et mesure (longueur, position)

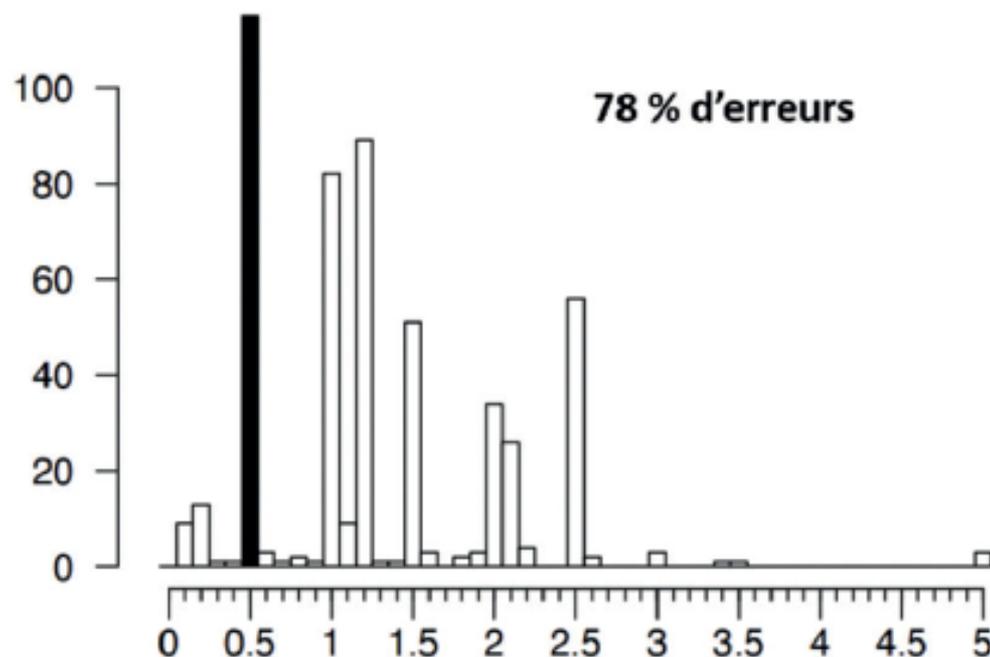
Recherche menée par Dehaene et la DEPP, entrée en 6<sup>e</sup>

« Beaucoup d'élèves n'ont pas compris qu'une fraction représente une seule quantité, un seul nombre, et ils choisissent comme réponse l'un ou l'autre des entiers indiqués.

D'autres élèves confondent les fractions et les décimaux (...) ».

CSEN, 2022.

Placez  $\frac{1}{2}$



# Diversité des scores et des programmes scolaires

## La comparaison des fractions à TIMSS CM1 2015

### Un apprentissage difficile

Un item (M0705) porte sur la comparaison de rationnels exprimés sous la forme de fractions. C'est une compétence difficile à acquérir compte tenu de la diversité des situations et des raisonnements à mobiliser.

Si l'on considère en effet des fractions correspondant à des parts d'une tarte mangées par un élève, on pourra dire que plus il y a de parts, plus l'élève aura mangé de tarte.

Si l'on considère en revanche une tarte que l'on découpe en plusieurs parts, on pourra dire que plus il y a de parts, plus chacune d'elles est petite et moins celui qui mange une part aura mangé de tarte.

Rappel : parmi les pays étudiés, la France est le seul à ne pas programmer l'enseignement de la comparaison en CM1 (grade 4)

# Diversité des scores et des programmes scolaires

## La comparaison des fractions à TIMSS CM1 2015

### Des programmes ambitieux pour assurer les apprentissages

↘ **Tableau 5** Enseignement de la comparaison des fractions et performance à un item de comparaison

Pays ou province	Comparer des fractions	Ordonner des fractions	Performance relative (item M0705)
Angleterre	oui	oui	79 %
Corée du Sud	oui	non	- 35 %
Floride	oui	oui	80 %
France	non	non	- 87 %
Hong Kong SAR	oui	non	68 %
Irlande du Nord	oui	oui	94 %
Ontario	oui	oui	- 31 %
Québec	oui	oui	- 14 %
République d'Irlande	oui	oui	136 %
Singapour	oui	oui	24 %
Taipei chinois	oui	non	- 34 %

Éducation & formations n° 94 © DEPP

# **Diversité des scores et des programmes scolaires**

## **Des professeurs promoteurs du programme en vigueur**

### **Lien entre fractions et décimaux : identifier la fraction équivalente à 0,4**

Dans les onze pays/province, l'enseignement est programmé en 3<sup>e</sup> ou en 4<sup>e</sup> année (CE2 ou CM1).

Les performances des élèves des onze pays/provinces sont très variables, il en est de même de leurs performances relatives.

Ces dernières varient en effet de - 99 % pour l'Ontario à + 98 % pour Singapour (France - 54 %) et la variabilité n'est pas atténuée si l'on sépare les pays suivant l'année d'enseignement.

### **Des différences entre enseignement programmé et effectif**

Le pourcentage d'enseignants qui déclarent que la notion de nombre décimal ne sera étudiée qu'après l'année de passation du test est particulièrement fort pour deux pays/provinces : la France (36 %) et l'Ontario (51 %).

Ces deux pays ont des performances relatives particulièrement faibles à cet item.

# **Diversité des scores et des programmes scolaires**

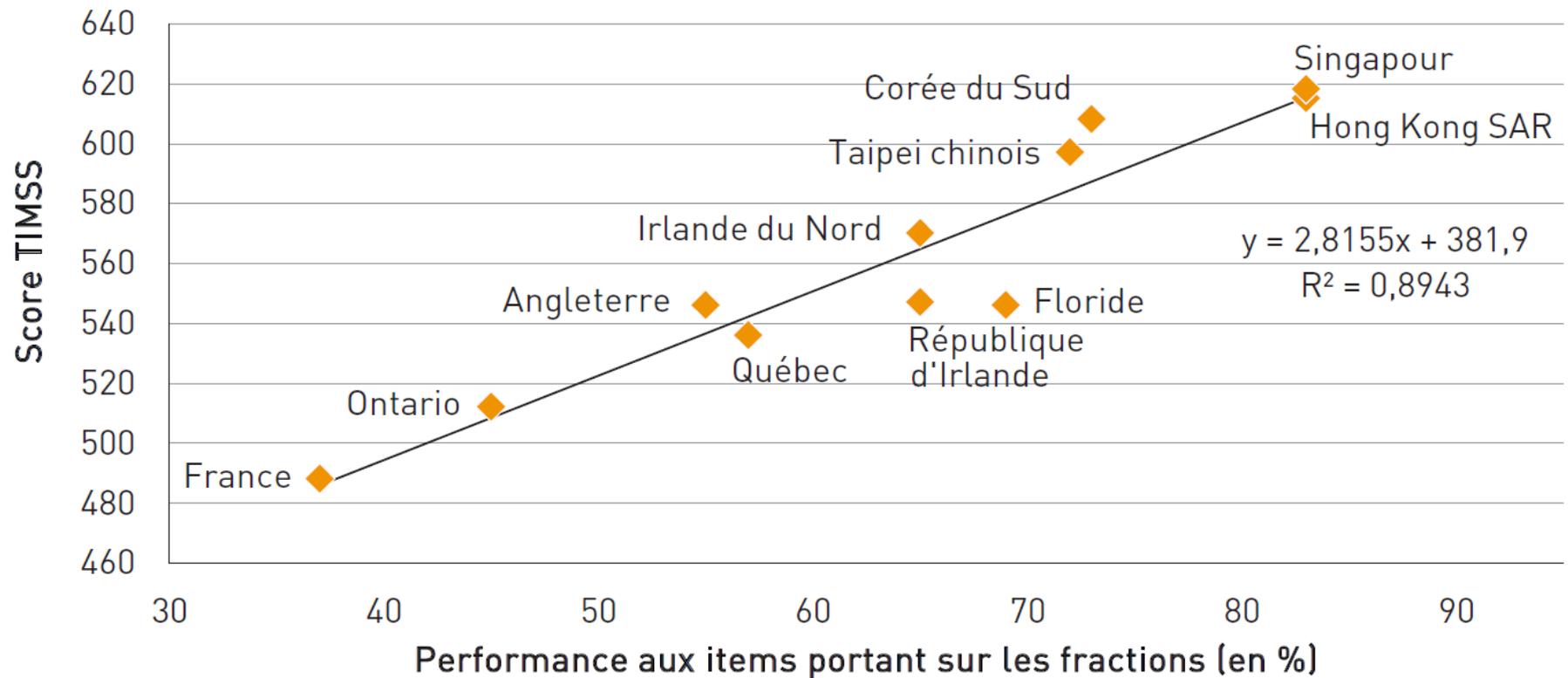
## **Trois caractéristiques des pays/provinces performant-es**

- 1. Des programmes ambitieux, compris et soutenus par les enseignants**
- 2. Des enseignants bénéficiant d'une solide formation**
- 3. Des élèves bénéficiant d'un temps suffisamment long pour apprendre**

# Diversité des scores et des programmes scolaires

## Trois caractéristiques des pays/provinces performant-es

↘ **Figure 1** Corrélation entre le score TIMSS et la performance aux items portant sur les fractions



Éducation & formations n° 94 © DEPP

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Les items TIMSS sont-ils des questions d'évaluation habituelles ?

Fanjat, J. & Roditi, E. (2024). TIMSS CM1 2019 : faiblesse des résultats français, faiblesse de la familiarité des élèves avec les items. *Grand N*, 113, 49-74.

Question à l'origine de la recherche : la faiblesse des scores des élèves de CM1 à l'enquête TIMSS viendrait-elle du fait que les items du questionnaire ne correspondent pas aux questions auxquelles ces élèves sont habitués à répondre, en situation d'évaluation ?

Étude comparée réalisée en partenariat avec le Cnesco sur :

- les (la moitié des) items du questionnaire TIMSS CM1 2019 ;
- 2 842 questions évaluatives issues des manuels représentant 50 % de la diffusion en France.

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Caractérisation des questions d'évaluations

### Par le contenu évalué (5 critères)

1. Domaine de contenu (Nombres, Géométrie et mesure, Données)
2. Domaine cognitif (Connaître, Appliquer, Reasonner)
3. Contextualisation (Oui, Non)
4. Conversion de registre (Oui, Non)
5. Niveau de mise en fonctionnement des connaissances (Concept, Direct, Adaptation, avec Intermédiaire à introduire)

### Par le format de la question d'évaluation (3 critères)

6. Nombre de modes d'information dans l'énoncé (1 ; 2 et plus)
7. Longueur de l'énoncé textuel en mots (0 ; 1 à 20 ; 21 et plus)
8. Format de réponse (Construction, QCM, Réponse rédigée)

Caractérisation : 8 critères ; 22 modalités évaluatives

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

### Exemples de comparaison de fractions

$$\frac{2}{5} \text{ et } \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{7} \text{ et } \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} \text{ et } \frac{7}{10}$$

$$\frac{5}{9} \text{ et } \frac{3}{7}$$

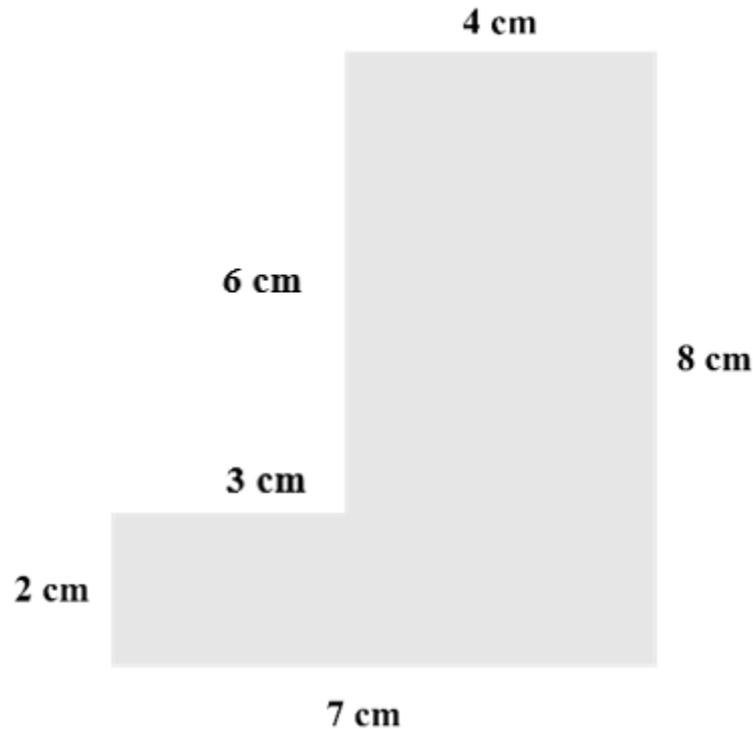
$$\frac{2}{3} \text{ et } \frac{3}{5}$$

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

### Exemples de calcul d'un périmètre

Calcule le périmètre de cette figure.

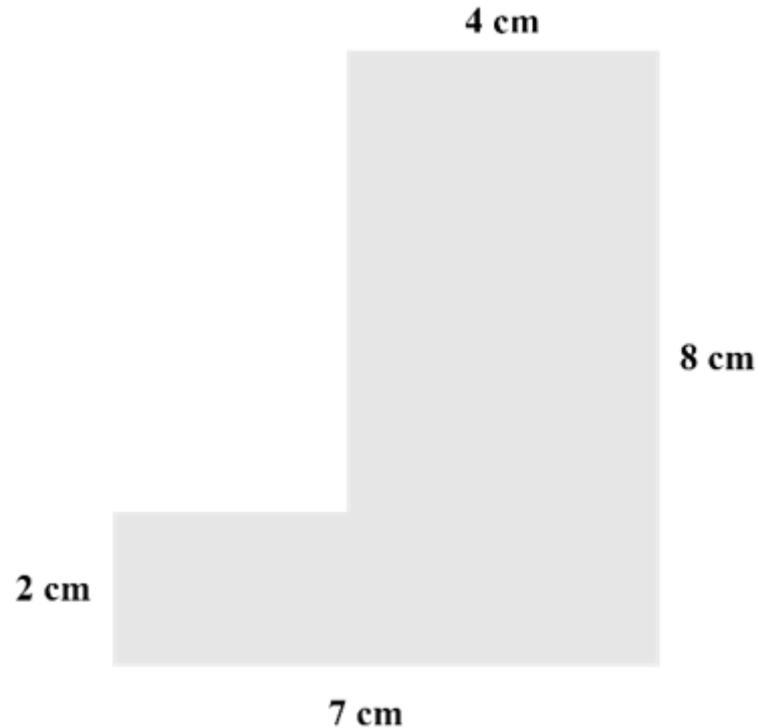


# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

### Exemples de calcul d'un périmètre

Calcule le périmètre de cette figure.

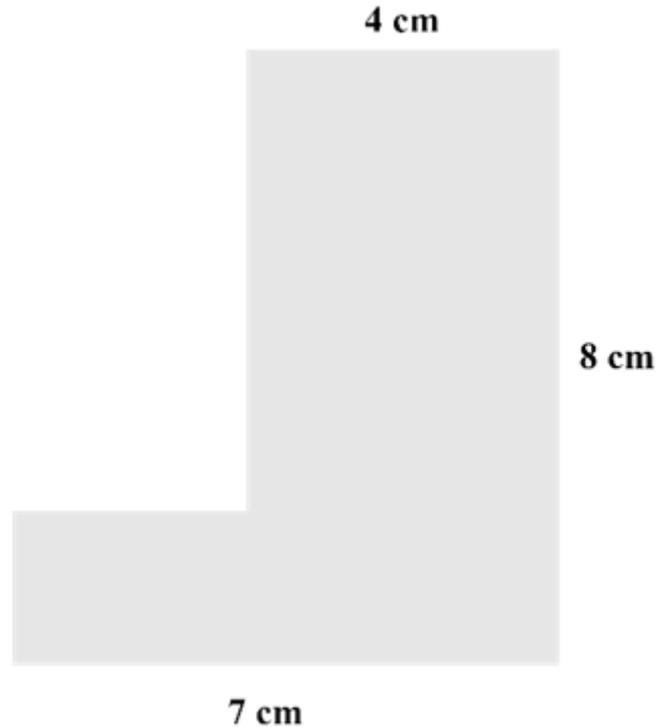


# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

### Exemples de calcul d'un périmètre

Calcule le périmètre de cette figure.

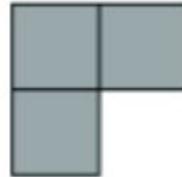


# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

### Exemple TIMSS CM1 2019 avec les fractions

Une tablette de chocolat a la forme d'un rectangle. Un quart de cette tablette est représenté ci-dessous.



Dessine la tablette de chocolat complète sur la grille.

<b>ME06_05</b>	<b>France 13 % - Europe 29 % - International 28 %</b>
Domaine de contenu	Nombre
Domaine cognitif	Raisonner
Description	Dessiner une figure complète (tablette de chocolat) sur un quadrillage de carrés à partir de la représentation donnée d'un quart de cette figure (2 solutions possibles).

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Familiarité avec une modalité évaluative

### Fréquence de la modalité évaluative dans le questionnaire TIMSS

$$\frac{\text{Effectif de la modalité évaluative dans le questionnaire}}{\text{Effectif des questions évaluatives dans le questionnaire}}$$

### Fréquence de la modalité évaluative dans un manuel

$$\frac{\text{Effectif de la modalité évaluative dans le manuel}}{\text{Effectif des questions évaluatives dans le manuel}}$$

### Fréquence relative de la modalité évaluative pour un manuel

$$\frac{\text{Fréquence de la modalité évaluative dans le manuel}}{\text{Fréquence de la modalité évaluative dans le questionnaire TIMSS}}$$

## Familiarité des élèves scolarisés en France avec une modalité évaluative

La moyenne des fréquences relatives pondérées par la diffusion des manuels est notre indicateur de familiarité avec la modalité évaluative.

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Familiarité variable suivant les domaines de contenu

Domaine de contenu	Nombres	1,32**
	Géométrie et mesure	0,83**
	Données	0,18**

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Familiarité variable suivant l'exigence mathématique des items

Domaine cognitif	Connaître	1,41**
	Appliquer	0,73**
	Raisonner	0,39**

Niveau de mise en fonctionnement des connaissances	Concept	0,85**
	Direct	1,07**
	Adaptation	1,98**
	Avec intermédiaire	0,54**

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## Familiarité variable suivant les formats de question

Nombre de modes d'information de l'énoncé	Un mode d'information	1,86**
	Plusieurs modes d'information	0,49**

Longueur de l'énoncé textuel	Pas d'énoncé textuel	0,06**
	Entre 1 et 20 mots	1,81**
	21 mots ou plus	0,25**

# Diversité des scores et familiarité avec les items

## La familiarité est un facteur explicatif de la réussite aux items

### Un indicateur de familiarité calculé pour chaque item TIMSS

Chaque item étant caractérisé par 8 modalités évaluatives, l'indicateur de familiarité avec l'item est la moyenne (géométrique) des familiarités pour les 8 modalités (moins 1).

### La réussite est corrélée significativement à la familiarité

L'analyse statistique montre que le score obtenu par les élèves à un item TIMSS dépend :

- du domaine de contenu de l'item (nombres, géométrie et mesure, données) ;
- du format attendu de réponse (question ouverte à réponse rédigée, construction ou question à choix multiple),
- du niveau de mise en fonctionnement des connaissances (concept, direct, adaptation ou intermédiaire)
- et l'indicateur de familiarité avec l'item.

# **Diversité des scores et familiarité avec les items**

## **Conséquence pour l'enseignement**

- 1. Enseigner les contenus mathématiques (notions, techniques, méthodes, etc.) avec un niveau d'exigence ambitieux**
- 2. Familiariser les élèves, par les évaluations internes, avec les questions des évaluations standardisées**

# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Projet de programme français : les écritures à virgule au CE1

*L'introduction des centimes d'euro au CE1 a un double objectif : connaître les pièces en usage et permettre une fréquentation de l'écriture à virgule des nombres décimaux dès le cycle 2. (...)*

*L'utilisation de l'écriture à virgule pour la monnaie se fait de façon pratique et concrète, sans introduire le nom des unités de numération (dixième, centième ou millième) qui seront présentées au cycle 3 en s'appuyant sur les fractions décimales. Toutefois, la virgule est ici présentée comme le signe qui permet de repérer le chiffre des unités d'euro. Une attention particulière est portée à l'écriture à virgule d'expressions du type « deux euros et cinq centimes », en la distinguant de celle de « deux euros et cinquante centimes ». (...)*

- *2 € et 17 centimes s'écrit aussi 2,17 €*
- *2 € et 5 centimes s'écrit 2,05 €*
- *2 € et 50 centimes s'écrit 2,50 €*

# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Des recherches ayant identifié l'origine des difficultés des élèves

(Grisvard & Léonard, 1981, 1983)

Recopie le plus grand des deux nombres :

- a) 4,8 et 4,45      b) 7,615 et 7,24      c) 4,065 et 4,31

### Réponses de trois élèves

	<b>Ariane</b>	<b>Bachir</b>	<b>Clovis</b>
a)	4,45	4,8	4,45
b)	7,615	7,24	7,615
c)	4,065	4,31	4,31



# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Variation de performance en CM2 entre octobre et juin (N = 1 013)

(d'après une recherche en cours, Allard *et al.*)

Pour chaque ligne, entoure le nombre le plus grand :

			Octobre	Juin
a.	12,17	12,3	53% + 32pp = 85%	
b.	3,3	3,04	68% + 21pp = 89%	

# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Comprendre et formuler les savoirs à apprendre (avant)

### Écriture des nombres décimaux

- Propriété:  
Un **nombre décimal** peut se décomposer comme la somme d'un **nombre entier** et d'une **fraction décimale inférieure à 1**.

- Exemple:

$$\text{► } 24,67 = 24 + 0,67$$

partie entière

partie décimale

$$\frac{67}{100}$$

$$24,67 = 24 + \frac{67}{100}$$

# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Comprendre et formuler les savoirs à apprendre (après)

### Les euros et les centimes

On peut écrire vingt-quatre euros et cinq centimes de la manière suivante :

24,05 €

euros centimes

La virgule sépare les euros des centimes.

Huit euros et cinquante centimes s'écrit 8,50 €.

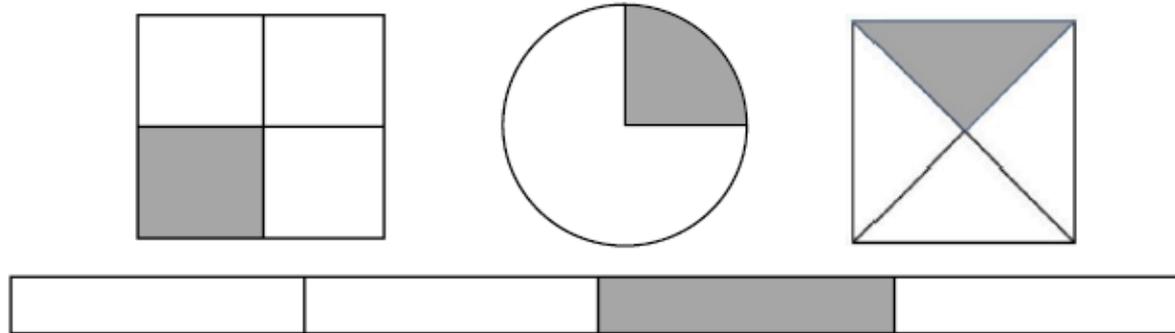
Quatre euros et dix centimes s'écrit 4,10 €.

# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Projet de programme français : les fractions en CP

*Comprendre et utiliser les termes « moitié », « demi » et « quart » dans une situation de partage d'un tout en parts égales.*

*L'élève sait reconnaître qu'un quart d'une figure est grisé dans différentes configurations.*



*L'élève sait justifier que la partie grisée de la bande ci-dessous n'est pas égale au quart de la bande :*



Et là ?

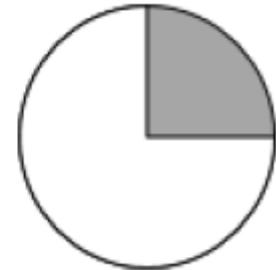
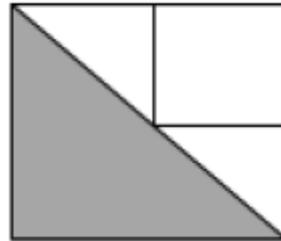
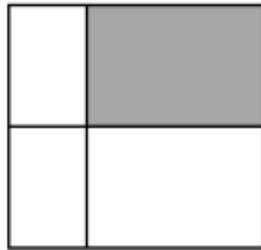
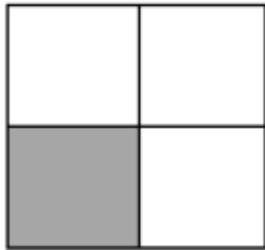


# De nouveaux programmes : une réponse ?

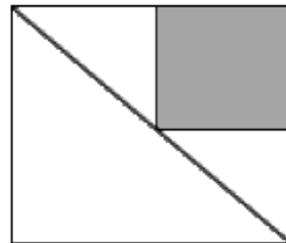
## Projet de programmes français : les fractions en CE1

*Savoir interpréter, représenter, écrire et lire les fractions  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/6$ ,  $1/8$  et  $1/10$ .*

*L'élève sait identifier les figures représentant la fraction  $1/4$  parmi les quatre figures ci-dessous :*



Et là ?



# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Projet de programmes français : les fractions en CE1

*L'élève sait que :*

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$



$$\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$



*L'élève sait calculer  $2/3 - 1/3$  ou  $1/5 + 2/5$ .*

*Il s'appuie pour cela sur des manipulations, sur des représentations et sur la verbalisation : « deux tiers du tout moins un tiers du tout, cela fait un tiers du tout » ou « un cinquième du tout plus deux cinquièmes du tout, cela fait trois cinquièmes du tout ».*

# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Identifier l'activité mathématique effective des élèves

### Pratiques d'enseignement recommandées (CSEN, 2022)

1 barre...



...divisée en 4 quarts



Trois quarts de barre ( $3/4$ )



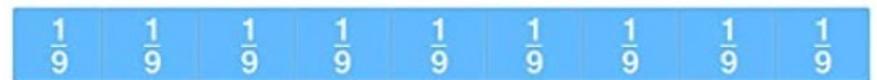
Cinq quarts de barre ( $5/4$ )



$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$$



$$= 2 !$$



# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Provoquer l'activité mathématique effective des élèves

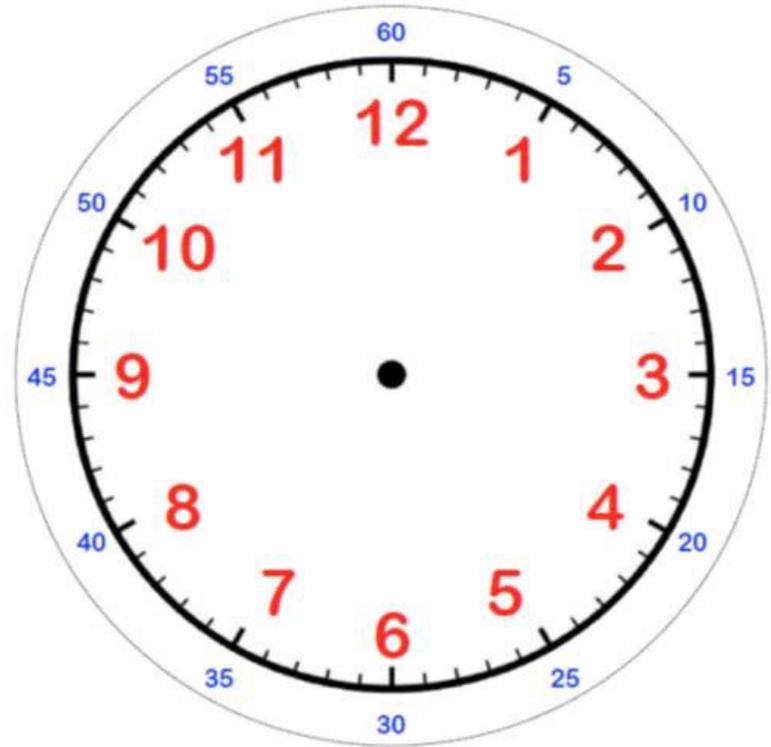
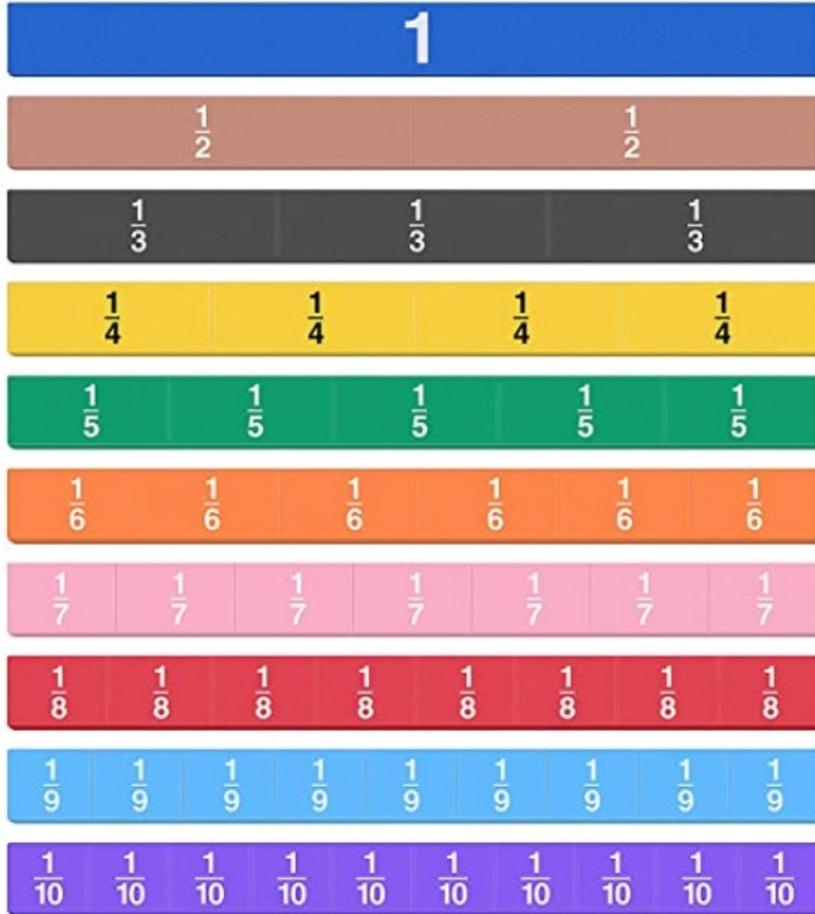
(D'après Blanc-Nourrisseau, 2022)



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = 1$$

# De nouveaux programmes : une réponse ?

Provoquer l'activité mathématique effective des élèves



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = 1$$

# De nouveaux programmes : une réponse ?

## Provoquer l'activité mathématique effective des élèves

Nous avons tenté de répondre à la question  $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = ?$ . Nous avons utilisé du matériel : des bandes découpées de différentes tailles qui représentent les fractions. Nous avons trouvé 1. Puis nous avons utilisé un horloge. Nous avons d'abord représenté  $\frac{1}{4}$ \* ce qui fait 15 minutes puis  $\frac{1}{3}$ \* qui fait 20 minutes puis  $\frac{1}{5}$ \* qui fait 12 minutes. Nous avons tout additionné et trouvé 59 minutes. Il manque  $\frac{1}{60}$ .

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{60}\right) = 1$$

\* d'heure

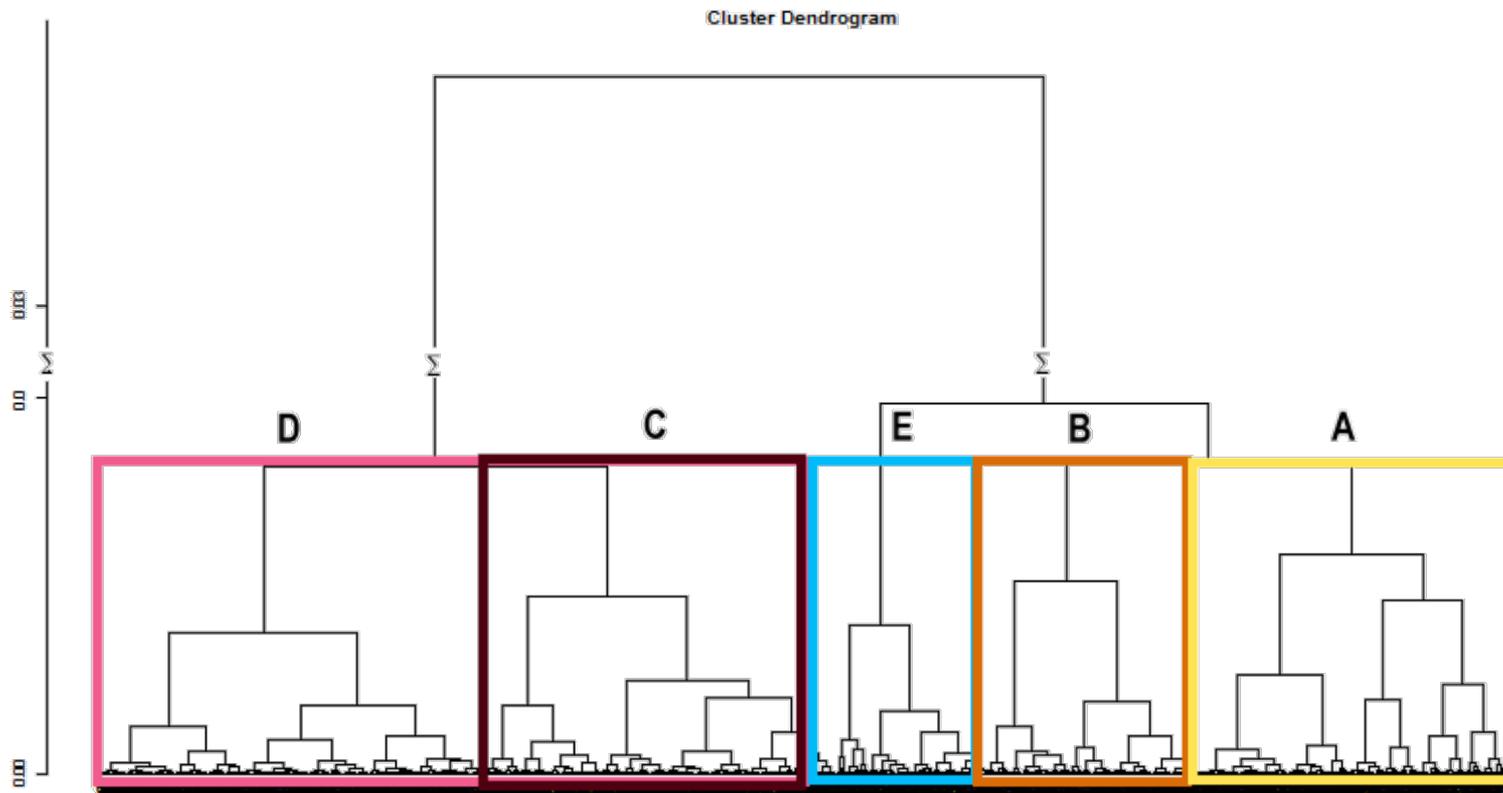
La manipulation doit-elle rendre visibles les résultats mathématiques ou conduire à en douter pour chercher à les établir ?

# Diversité des pratiques d'enseignement

## PRAESCO CM2 2019 : une enquête nationale à grande échelle

PRAESCO : programme d'enquêtes nationales (pilotee par la DEPP) sur les pratiques d'enseignement spécifiques aux contenus.

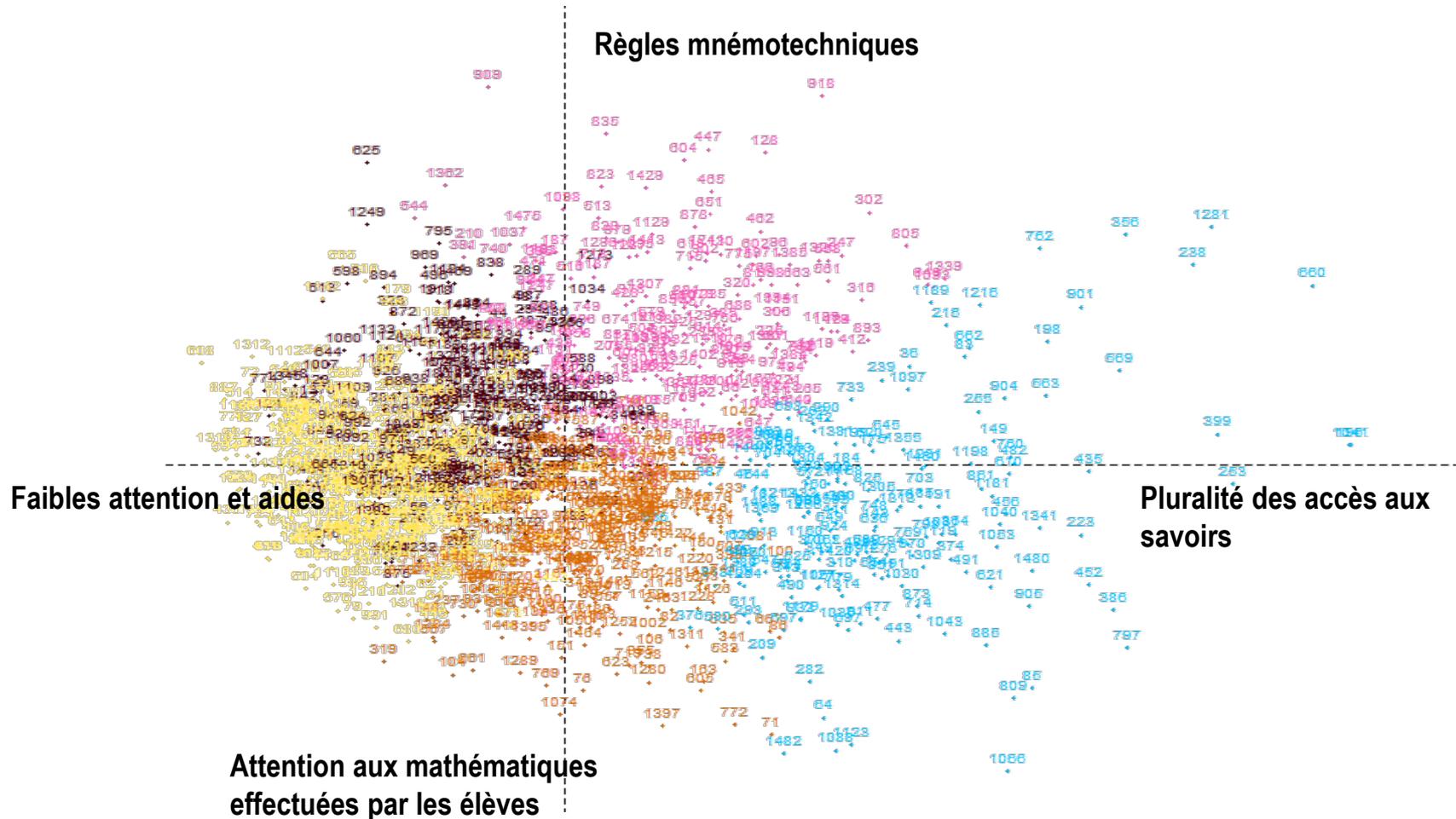
2019 : enquête sur les mathématiques en CM2 (1 317 répondants).



# Diversité des pratiques d'enseignement

## PRAESCO CM2 2019 : une enquête nationale à grande échelle

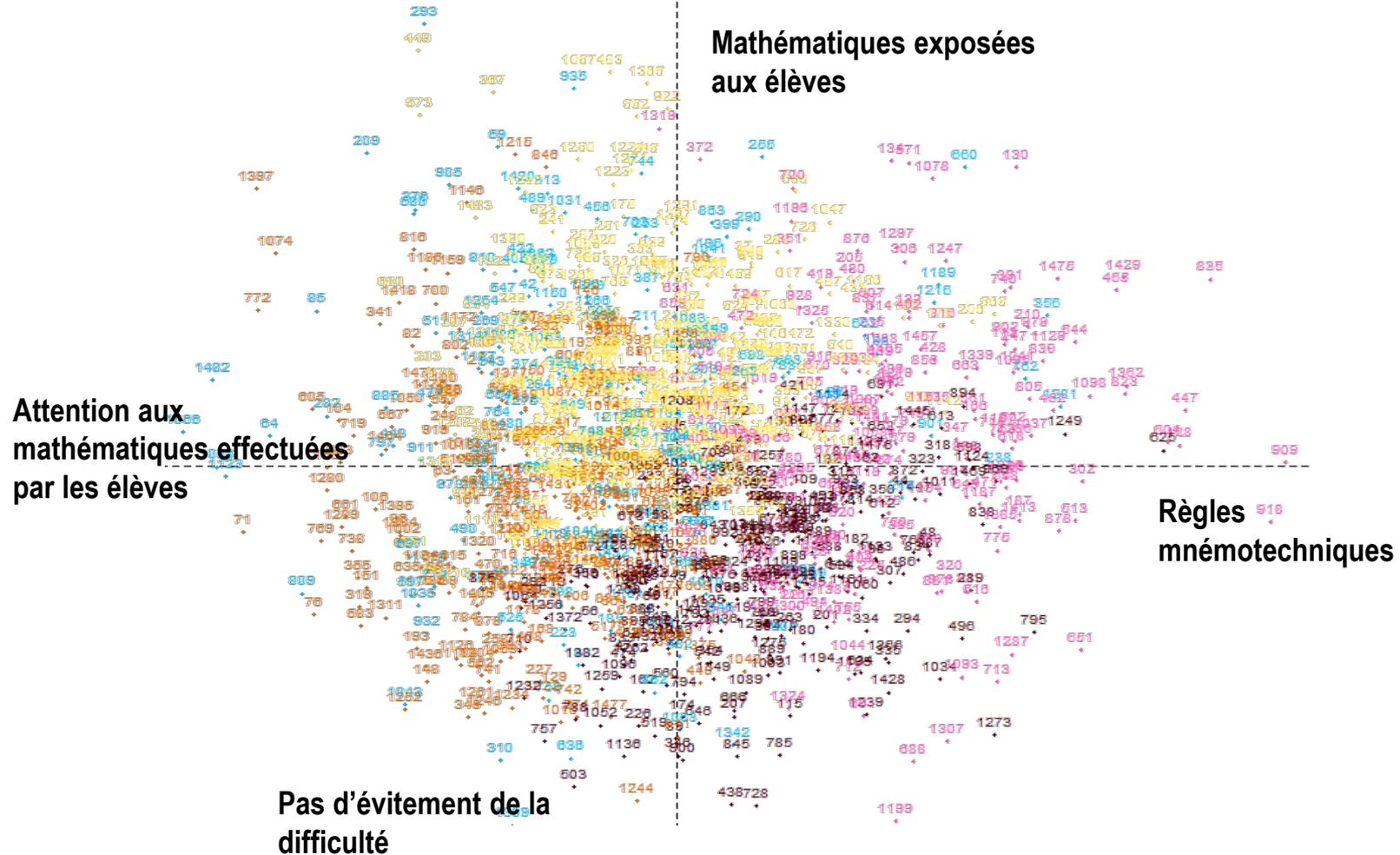
### Cinq groupes d'enseignants qui se distinguent par leurs pratiques



# Diversité des pratiques d'enseignement

## PRAESCO CM2 2019 : une enquête nationale à grande échelle

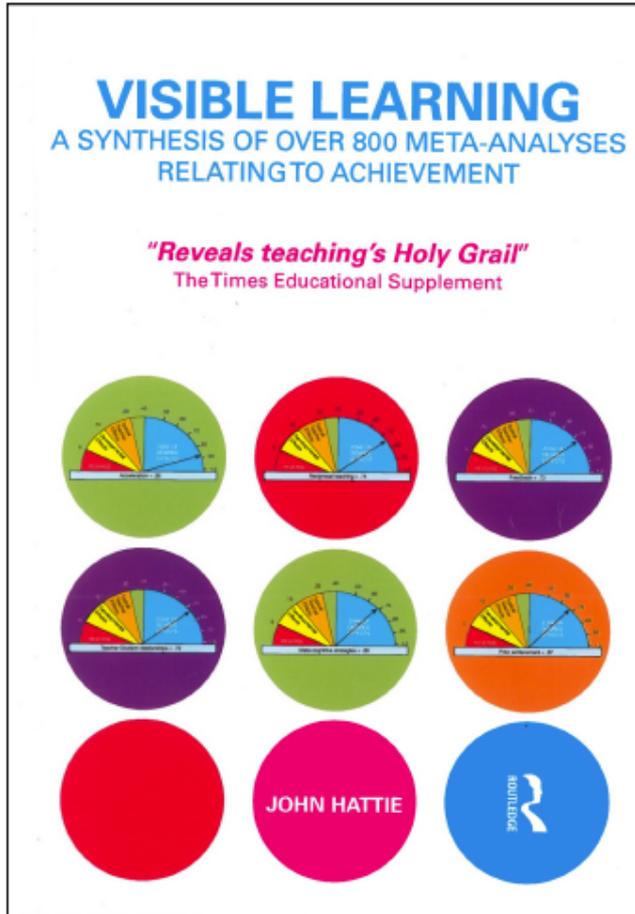
### Cinq groupes d'enseignants qui se distinguent par leurs pratiques



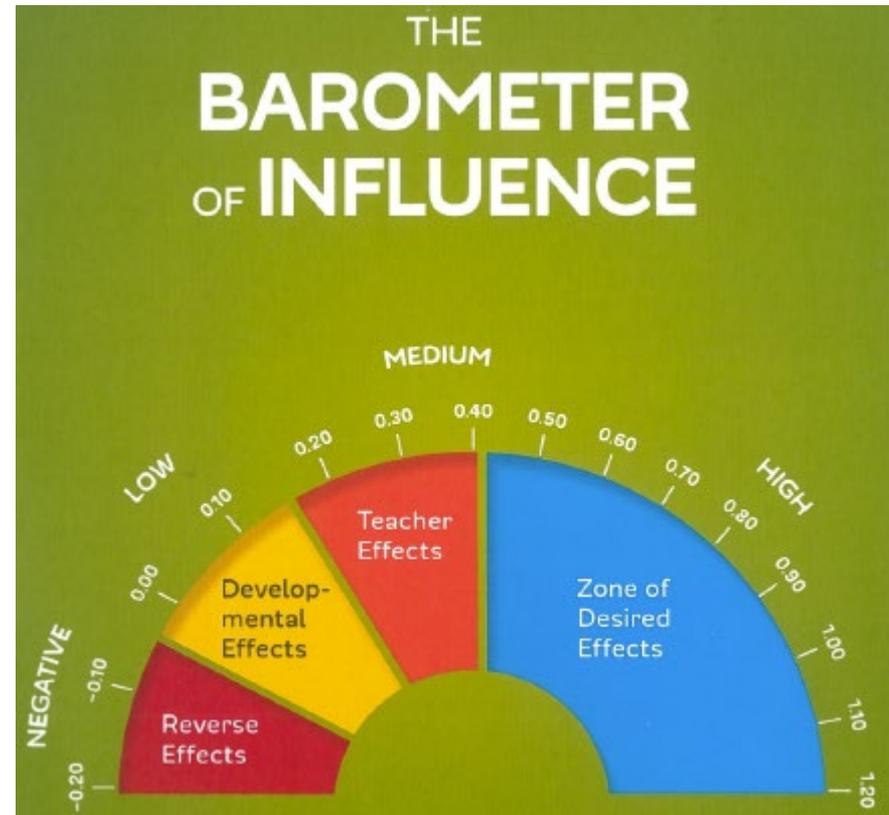
# Diversité des pratiques d'enseignement

## Pratiques efficaces : prendre appui sur les recherches

### Les travaux de Hattie (souvent cités)



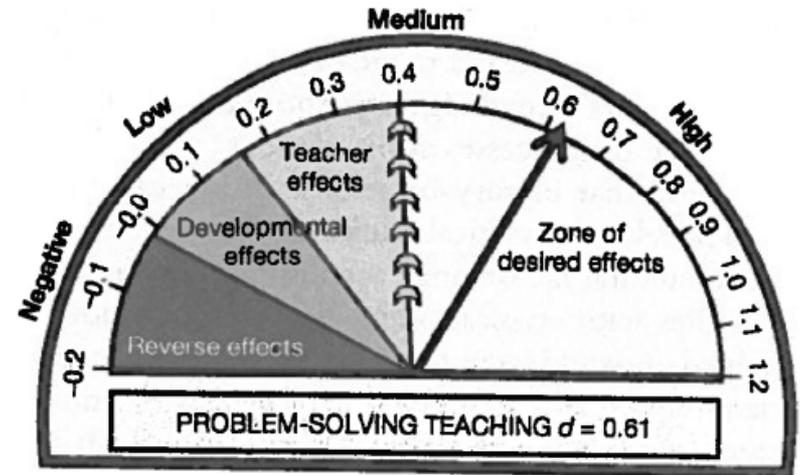
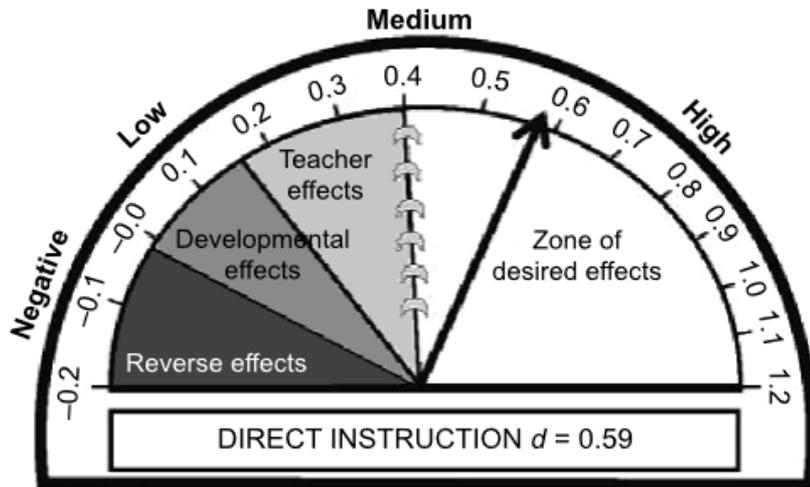
2009



# Diversité des pratiques d'enseignement

## Pratiques efficaces : prendre appui sur les recherches

### Les travaux de Hattie (souvent cités)

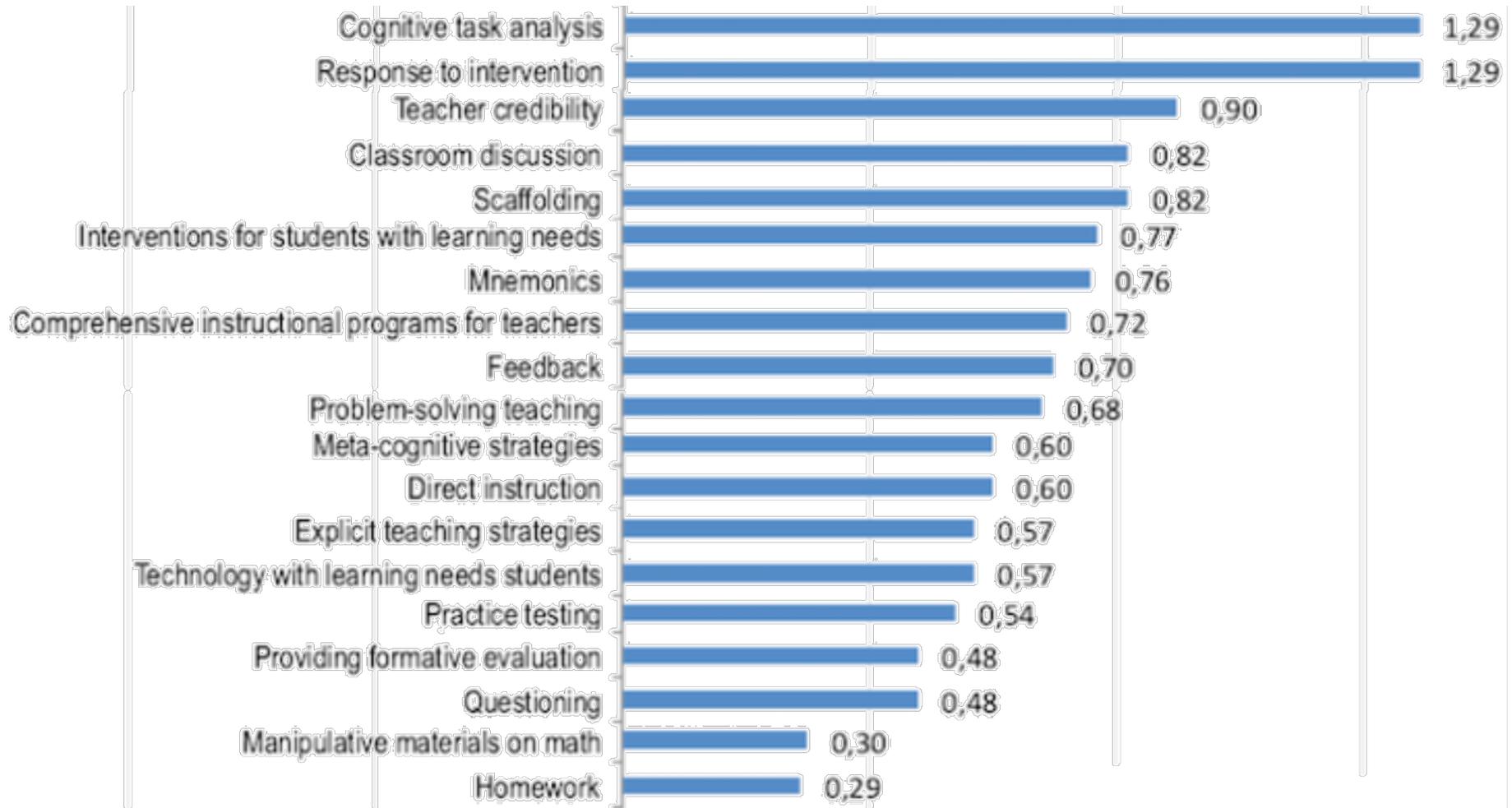


*[...] this is a topic where it is important to separate the effects on surface and deep knowledge and understanding. For surface knowledge, problem-based learning can have limited and even negative effects, whereas for deeper learning, when students already have the surface level knowledge, problem-based learning can have positive effects. This should not be surprising, as problem-based learning places more emphasis on meaning and understanding than on reproduction, acquisition, or surface level knowledge. (p. 211)*

# Diversité des pratiques d'enseignement

## Pratiques efficaces : prendre appui sur les recherches

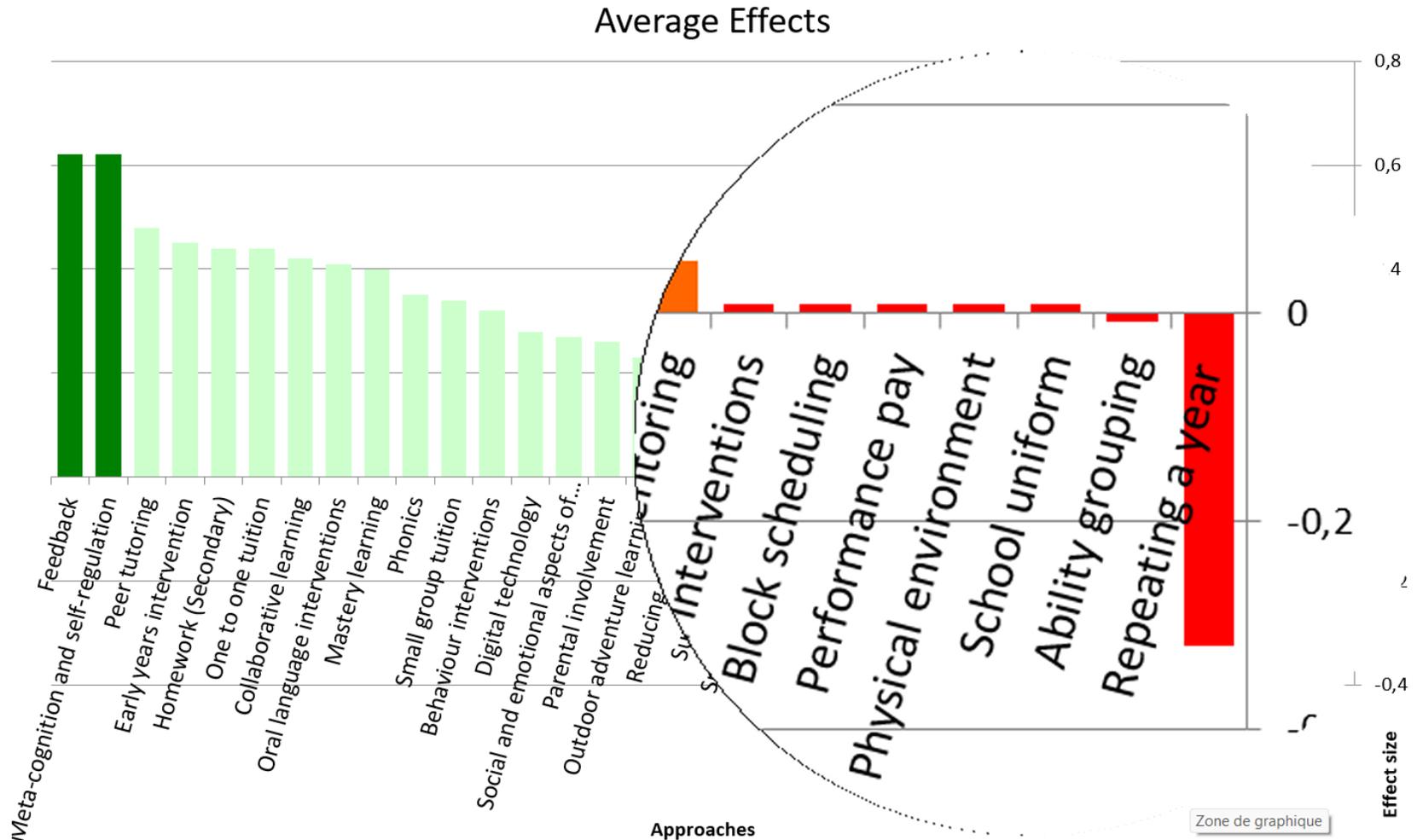
### Les travaux de Hattie (souvent cités) – mise à jour 2018



# Diversité des pratiques d'enseignement

## Pratiques efficaces : prendre appui sur les recherches

Les travaux de Sir Kevan Collins, invité au CSEN le 28 mars 2019



# **En guise de conclusion**

## **Face à la diversité de l'enseignement des mathématiques :**

- **Clarifier (et enrichir) le concept d'efficacité ;**
- **Développer des recherches, en France, qui mettent en lien pratiques d'enseignement et apprentissages des élèves ;**
- **Prendre appui sur les résultats des recherches (y compris celles qui reposent sur de véritables collaborations avec les enseignants) pour redessiner notre système éducatif ;**
- **Construire un cadre institutionnel consensuel, ambitieux et stable pour l'enseignement comme pour la formation initiale et continue des professeurs.**