

Proposition de sujet pour l'épreuve orale de mathématiques du CRPE 2022 sur la décomposition du nombre 5 en maternelle

Durée de préparation : deux heures ;

Durée de l'épreuve : une heure (*français : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première partie ; mathématiques : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie*).

Domaine Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

Niveau : MS

Connaissance ou compétence visée :

Parler des nombres à l'aide de leur(s) décomposition(s) : décomposition(s) du nombre 5

Documentation fournie :

Annexe 1 : Extrait de *Vers les maths MS*, ACCES Editions, 2015.

Annexe 2 : Extrait de *Mettre au centre la résolution de problèmes*. Pierre Eysseric. Cahiers Pédagogiques (517), Tout commence en maternelle, 2014

Annexe 3 : Extraits du programme du cycle 1 publié au BO n°25 du 24/06/2021.

Consigne pour le candidat

Vous êtes enseignant(e) en MS. Vous souhaitez mettre en œuvre une séquence permettant de faire acquérir la compétence « *Parler des nombres à l'aide de leur décomposition : décomposition du nombre 5* ». Vous disposez de la ressource placée en annexe 1.

Les élèves ont réalisé la phase 1 de l'étape 1.

Présentez une séance d'atelier qui, dans cette séquence, viendrait juste après cette première phase.

Annexe 1

Approcher
les quantités
et les nombres

DÉCOMPOSER LE NOMBRE 5

Les hérissons

MATÉRIEL

- Un hérisson en pâte à modeler, ou en pâte à sel, ou en mousse florale par élève.
- Des morceaux de paille de 5 cm : 30 roses et 30 verts.

ORGANISATION

Travail dirigé avec 6 élèves.

DÉROULEMENT

● ÉTAPE 1 Prendre 5 pailles

Phase 1 Fabriquer un hérisson avec des pailles de même couleur

L'enseignant présente un hérisson. Les élèves remarquent immédiatement qu'il manque les piquants et devinent l'utilité des pailles. Un hérisson est distribué à chaque élève.

- Écouter la comptine du hérisson et repérer le nombre de piquants qu'il faut pour chaque hérisson.

Mon hérisson

Mon hérisson est trop mignon.

Pour éviter qu'il ne me pique,

Ses 5 piquants sont en plastique :

1, 2, 3, 4, 5.

- Prendre 5 pailles roses et les piquer sur le dos du hérisson.
- Écouter la comptine du hérisson et faire varier le nombre de piquants avec des nombres compris entre 1 et 5 : retirer ou ajouter les pailles nécessaires.

Phase 2 Fabriquer un hérisson avec des pailles de 2 couleurs différentes

L'enseignant présente la nouvelle situation : le hérisson a toujours 5 piquants, mais certains sont roses et d'autres sont verts.

- Prendre des pailles roses et vertes pour en avoir 5 en tout.
- Présenter la solution que l'on a trouvée.

Phase 3 Reconstituer des hérissons

- Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. Découper les cartes, les mélanger et reconstituer les hérissons (**document élève page 90**).

● ÉTAPE 2 Représenter les décompositions du nombre 5

- Dessiner des hérissons avec 5 piquants en utilisant 2 couleurs différentes.
- Rechercher les hérissons identiques et constater que plusieurs solutions sont possibles.
- Dessiner les piquants qui manquent sur des hérissons (**document élève page 91**).

PROLONGEMENT

Pour faire comprendre que l'on peut utiliser ses doigts pour trouver les compléments à 5, l'enseignant propose un jeu de doigts.

Voici ma main

Voici ma main.

Elle a cinq doigts.

En voici deux,

En voici trois.

Voici ma main.

Elle a cinq doigts.

En voici quatre,

Et un tout droit.

S'APPROPRIER LE LANGAGE

- **Dire ou chanter** une comptine, une chanson et un jeu de doigts.
- **Lexique** Adjectifs numéraux de 1 à 5. Vocabulaire lié au hérisson (hérisson, piquant).
- **Syntaxe** Utiliser la conjonction « et ».

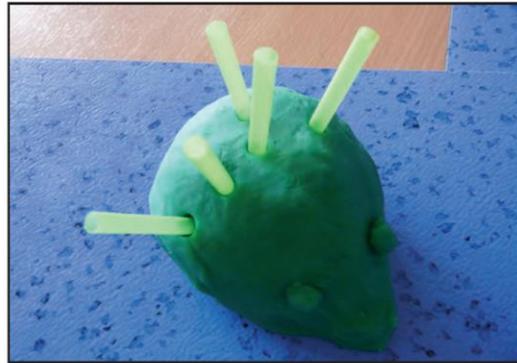
Annexe 1 (suite)

CHERCHER LES DÉCOMPOSITIONS DU NOMBRE 5

ÉTAPE 1 Prendre 5 pailles



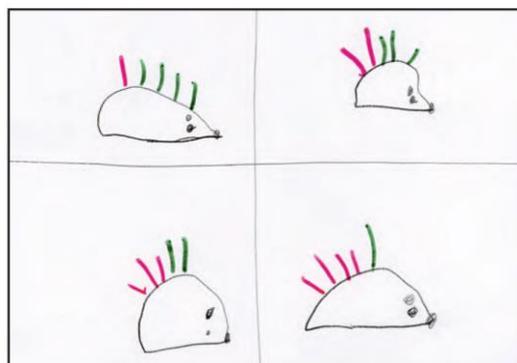
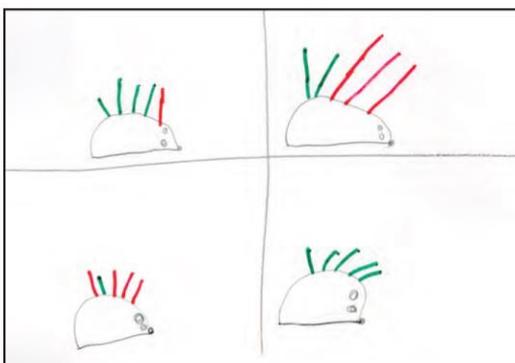
Réaliser un hérisson avec 5 pailles de la même couleur.



Réaliser un hérisson avec 5 pailles de 2 couleurs différentes.



ÉTAPE 2 Représenter les décompositions du nombre 5



Productions de hérissons avec 5 piquants de 2 couleurs différentes.

Annexe 1 (suite)

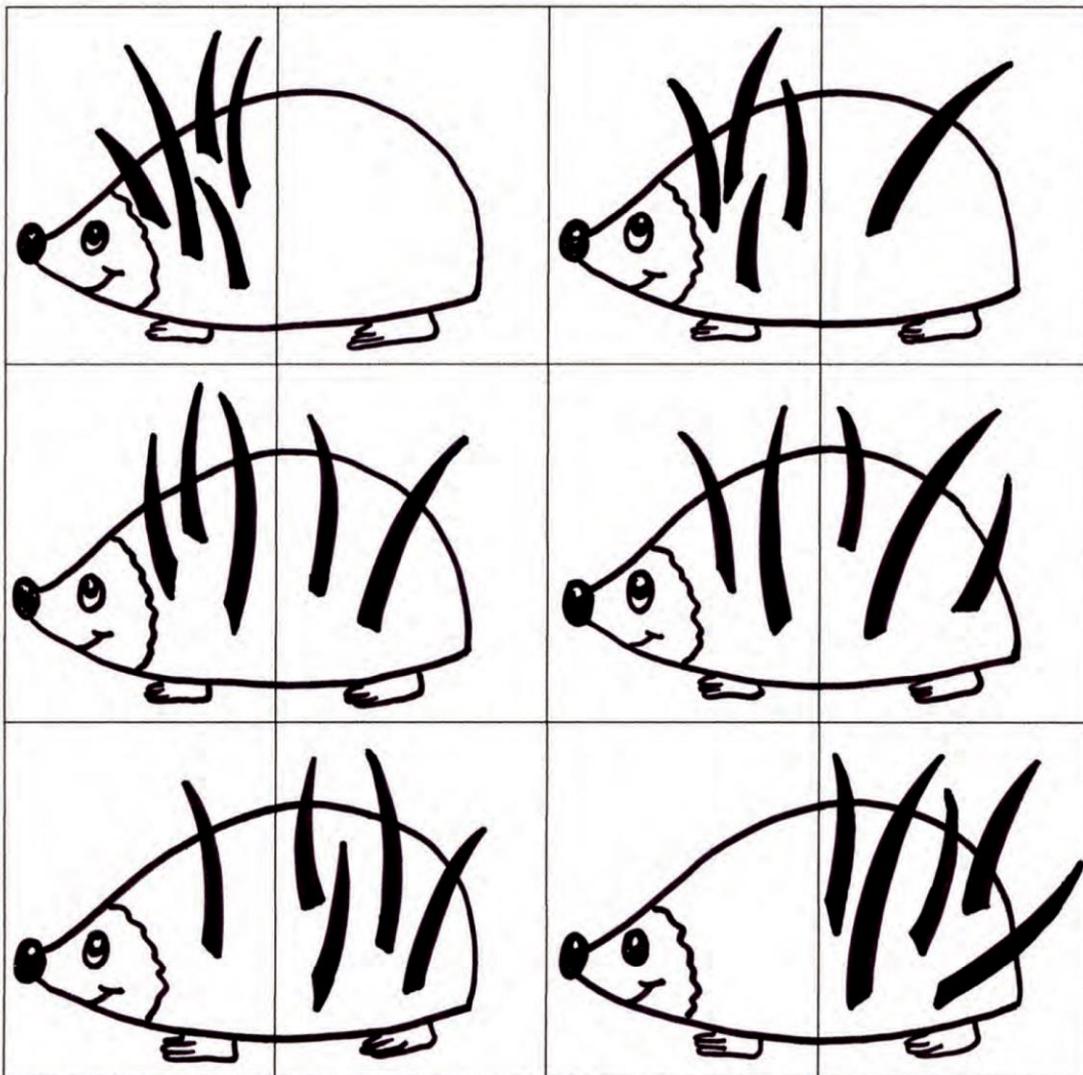
Les hérissons

Approcher
les quantités
et les nombres

COMPÉTENCE
Décomposer le nombre 5.

DATE

Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. **Découpe** les cartes, **mélange-les** et **reconstitue** les hérissons.



Annexe 1 (suite)

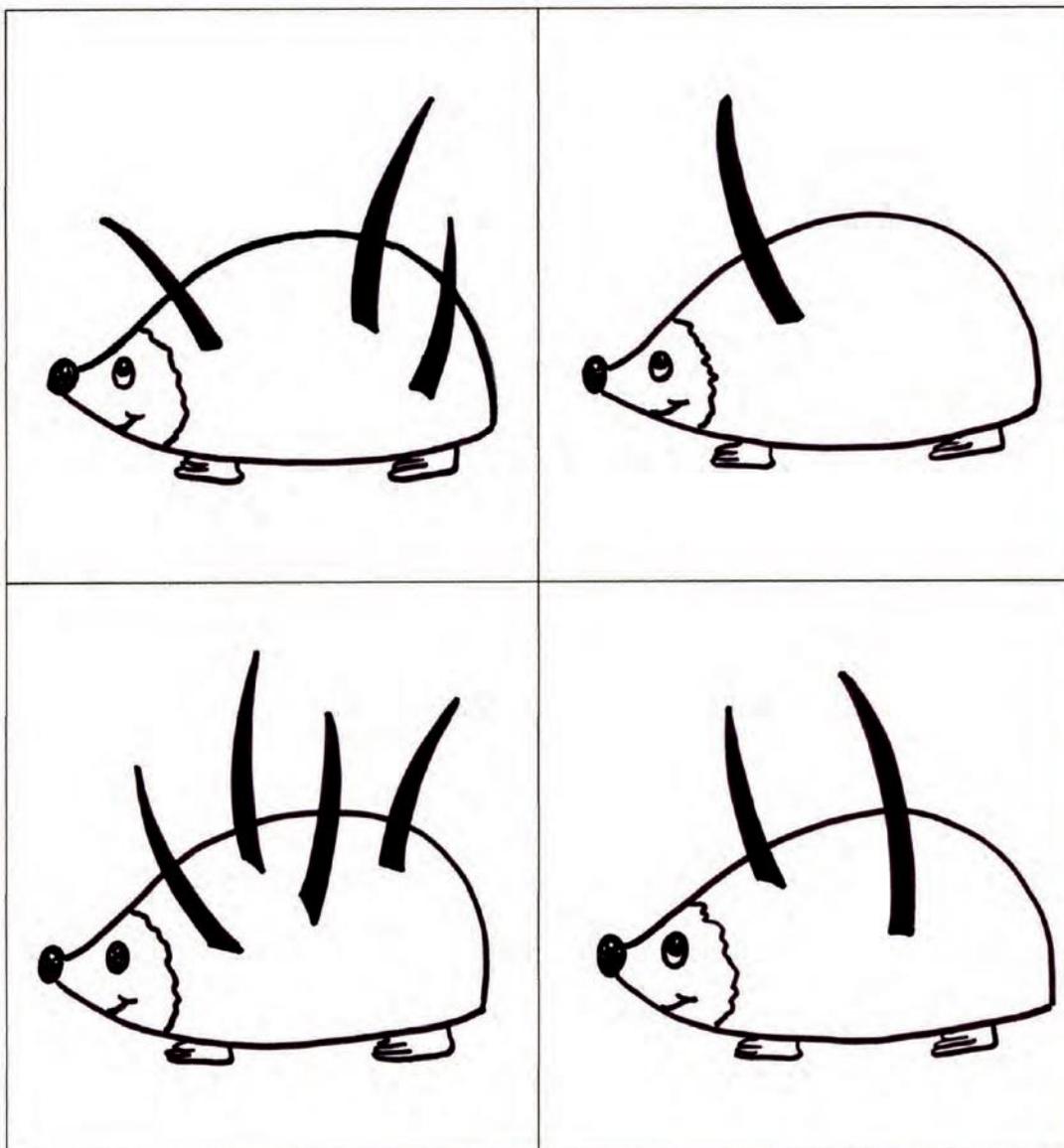
Les hérissons

Approcher
les quantités
et les nombres

COMPÉTENCE
Décomposer le nombre 5.

DATE

Chaque hérisson doit avoir 5 piquants. **Dessine** les piquants qui manquent.



Annexe 2

Mettre au centre la résolution de problèmes

La manipulation semble s'imposer comme méthode naturelle d'apprentissage du nombre la plus compatible avec l'âge et le développement des enfants. Pourtant, peut-on envisager l'apprentissage du nombre, concept abstrait, construction de l'esprit humain, en restant dans le registre de la manipulation d'objets matériels ? Quelles formes de manipulations favorisent ou font obstacle à l'accès au concept de nombre ?

Penser le monde avant d'agir sur lui

Commençons par le pourquoi, si on ne veut pas s'arrêter aux seules raisons du type «*c'est au programme*». Dans l'histoire de l'humanité, le nombre apparaît comme une construction intellectuelle pour faciliter la résolution de certains problèmes pratiques : conserver la mémoire de la quantité, garder la mémoire d'une position, comparer des quantités sans avoir à manipuler les collections correspondantes, prévoir le résultat d'une action sur une collection avant que celle-ci ait lieu (ajout, retrait, partage). Voilà quatre problèmes auxquels les hommes sont confrontés sous des formes diverses dans toutes les sociétés ; nous les qualifierons de problèmes sociaux de référence. Leur point commun est le nombre comme outil facilitant leur résolution, la rendant moins coûteuse en libérant des manipulations longues et pénibles : le nombre se construit, d'une certaine façon, comme substitut de la manipulation matérielle.

Il permet de penser le monde avant d'agir sur lui ; il donne la possibilité de renoncer à certaines actions, après en avoir anticipé les conséquences.

Dès lors, enfermer son apprentissage dans certaines formes de manipulation peut s'avérer un obstacle à son accès. Il s'agira plutôt de trouver des modalités d'apprentissage qui s'appuient, certes, sur la manipulation, mais s'en détachent pour faire passer les élèves d'«*agir dans le monde*» à «*utiliser le nombre pour penser mon action dans le monde*».

L'apprentissage va comporter deux aspects qui vont non pas se succéder, mais être présents en parallèle et de façon dialectique : l'étude des nombres et la résolution de problèmes à l'aide des nombres.

[...]

Utiliser la contrainte, éviter l'obstacle

Enseigner le nombre aux jeunes enfants, ce n'est pas seulement leur transmettre des connaissances sur les nombres, c'est aussi les rendre capables de résoudre les problèmes qui ont conduit à cette construction de l'esprit humain. Sans pour autant délaisser l'étude de l'objet nombre, c'est cet apprentissage qui est mis au centre. Les élèves devront y acquérir des techniques de résolution, mais aussi une attitude : discerner de façon autonome les situations nécessitant l'utilisation des nombres. Être compétent, alors, ce n'est pas seulement réaliser des performances sous la houlette d'un enseignant, c'est être capable de se passer progressivement de lui pour utiliser le nombre à bon escient.

Dans cette perspective, la manipulation n'est pas une recette magique : elle est indispensable pour permettre aux élèves de s'approprier et se représenter les problèmes. Elle joue en effet un rôle fondamental dans la validation par les élèves des solutions proposées. Mais le but est de la dépasser pour accéder au nombre qui est et restera un concept, une abstraction. Pour qu'elle soit un levier dans l'apprentissage, la manipulation devra être contrainte et, à un moment donné, empêchée ; sans cela, elle s'érigera en obstacle aux apprentissages, enfermant l'élève dans l'action, alors que l'objectif est de le conduire à penser cette action.

Pierre Eysseric

Formateur en mathématiques pour les professeurs des écoles, ESPÉ de l'académie d'Aix-Marseille

Annexe 3



Bulletin officiel n° 25 du 24-6-2021

4. Acquérir les premiers outils mathématiques

Comme d'autres domaines, les mathématiques contribuent à la structuration de la pensée. Le développement des premières compétences en mathématiques est donc un des objectifs prioritaires de l'enseignement à l'école maternelle. Cet enseignement structuré et ambitieux est assuré tout au long du cycle, à travers le jeu, la manipulation d'objets et la résolution de problèmes. Il s'attache à stimuler chez les élèves la curiosité, le plaisir et le goût de la recherche. Il leur permet de comprendre et d'utiliser les nombres, de reconnaître des formes et d'organiser des collections d'objets en fonction de différents critères, catégories, propriétés (forme, grandeur : longueur, masse, contenance – couleur, usage, fonction).

Introduire les enfants au plaisir du raisonnement mathématique en maternelle, c'est aussi les faire jouer avec les formes, l'espace, les cartes, les dessins, les puzzles, les séries, la logique, etc. et enrichir leur langage pour parler avec précision de tous ces domaines.

4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations

Depuis leur naissance, les enfants ont une intuition des grandeurs qui leur permet de comparer et d'évaluer de manière approximative les longueurs (les tailles), les volumes, mais aussi les collections d'objets divers (« il y en a beaucoup », « pas beaucoup », etc.). **À leur arrivée à l'école maternelle**, ils commencent à discriminer les petites quantités, un, deux et parfois trois. Enfin, s'ils savent énoncer les débuts de la suite numérique, cette récitation ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres.

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (usage cardinal) et d'exprimer un rang ou une position dans une liste (usage ordinal). Cet apprentissage demande du temps et la confrontation à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques puis numériques. Il nécessite un enseignement structuré, **pendant toute la durée du cycle 1**, afin qu'à l'issue de l'école maternelle les connaissances et compétences acquises forment un socle solide sur lequel appuyer les apprentissages ultérieurs.

4.1.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. Chez les jeunes enfants, ces apprentissages se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner : l'enfant peut, par exemple, savoir réciter assez loin la comptine numérique sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection.

Outre l'usage du nombre pour exprimer des quantités, pour désigner un rang ou une position, il convient de construire et de stabiliser la connaissance des petits nombres. L'enseignant favorise le développement très progressif de la construction de la notion de nombre **dès la petite section et tout au long du cycle 1**, en proposant de manière fréquente et régulière des situations de résolution de problèmes mettant en jeu des nombres. Cette construction ne saurait se confondre avec celle de la numération et des opérations qui relèvent des apprentissages de l'école élémentaire.

Construire le nombre pour exprimer les quantités

Si les enfants peuvent appréhender la quantité par la perception (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup), il leur faut aussi progressivement comprendre que les nombres servent à décrire et mémoriser les quantités. De plus, il leur faut comprendre que les nombres obéissent à une logique particulière : le nombre change lorsqu'on ajoute ou retire un objet, il ne change pas lorsqu'on remplace un objet par un autre.

La comparaison des collections et la production d'une collection de même cardinal qu'une autre sont des activités essentielles pour l'apprentissage du nombre. L'apprentissage de la notion de nombre se fait progressivement, l'enfant commençant par être en mesure de produire une collection d'un ou deux éléments lorsque cela lui est demandé, avant de pouvoir produire une collection de trois puis quatre éléments. **Vers l'âge de quatre ans**, les enfants commencent à comprendre et utiliser des nombres plus grands. Le nombre en tant qu'outil de mesure de la quantité est stabilisé quand l'enfant peut l'associer à une collection, quels qu'en soient la nature, la taille des éléments et l'espace occupé : cinq permet indistinctement de désigner cinq fourmis, cinq cubes ou cinq éléphants ou une collection de cinq objets différents les uns des autres.

Les trois années de l'école maternelle sont nécessaires mais parfois non suffisantes pour stabiliser ces connaissances en veillant à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés. La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre.

Stabiliser la connaissance des petits nombres

Au cycle 1, la construction des quantités jusqu'à dix est essentielle. Cela n'exclut pas le travail sur de grandes collections. Avoir stabilisé la connaissance d'un nombre, par exemple trois, c'est donner, montrer ou prendre un, deux ou trois et composer et décomposer deux et trois. **Entre ans**, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombre portant sur la décomposition et recombinaison des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois), la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec

main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu. Ultérieurement, au-delà de cinq, la même attention doit être portée à l'élaboration progressive des quantités.

Grâce à la pratique régulière d'exercices de passage d'un nombre à un autre, (dans des jeux), les enseignants encouragent les élèves à comprendre que les nombres consécutifs sont liés par l'itération de l'unité (trois, c'est deux et encore un). Au départ, l'accent est mis sur les tout petits nombres de 1 à 4. **Après quatre ans**, les activités de décomposition et recombinaison s'exercent sur des quantités jusqu'à dix.

Au-delà des activités spécifiques concernant le nombre, menées sur des temps dédiés, il convient de rendre explicites les usages du nombre tout au long de la journée, dans toutes les occasions : « Nous allons constituer des groupes de quatre enfants », « J'ai déposé cinq étiquettes sur la table », « Il y a deux élèves dans le coin cuisine », etc.

Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position

Le nombre permet également de conserver la mémoire du rang d'un élément dans une collection organisée. Pour garder en mémoire le rang et la position des objets (troisième perle, cinquième cerceau), les enfants doivent définir un point de départ (origine), un sens de lecture, un sens de parcours, c'est-à-dire donner un ordre. Cet usage du nombre s'appuie à l'oral sur la connaissance de la comptine numérique et à l'écrit sur celle de l'écriture chiffrée.

L'utilisation de jeux de déplacement sur piste (type « jeux de l'oie ») permet aux enfants de faire le lien entre nombres et espace. Des parcours rectilignes avec des cases numérotées et de même taille sont à privilégier.

Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes

Dès la petite section et tout au long du cycle 1, l'enseignant propose très fréquemment des situations problèmes concrètes dans lesquelles la réponse n'est pas immédiatement disponible pour les élèves. Les situations proposées sont construites de manière à faire apparaître le nombre comme utile pour anticiper le résultat d'une action sur des quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) ou sur des positions (déplacements en avant ou en arrière). Il peut s'agir, par exemple, de trouver une quantité donnée d'objets ou de trouver le nombre nécessaire d'objets pour compléter une collection (par exemple, dans le jeu de la marchande : « J'en veux 6 et pour l'instant j'en ai 2 »).

Les activités proposées donnent lieu à des questionnements qui invitent à anticiper, choisir, décider, essayer, recommencer, se demander si la réponse obtenue convient et comment le vérifier.

Pour résoudre les problèmes (dans des jeux, des situations spécifiquement élaborées par l'enseignant met à disposition un matériel varié (cubes, gobelets, boîtes, voitures, etc.) que les élèves peuvent manipuler.

Les situations d'apprentissage sont travaillées autant que nécessaire, et les contextes sont variés pour les élèves, **en particulier les plus jeunes**, qui ne saisissent pas tout de suite l'ensemble des contraintes d'une situation, puissent s'en emparer. La répétition des situations, en proposant éventuellement des variantes, permet de mieux comprendre les enjeux, d'y investir et réinvestir des procédures dont ils perçoivent l'efficacité.

Les nombres en jeu dans les situations problèmes sont adaptés aux compétences et aux besoins des élèves. Les situations problèmes contribuent à la compréhension de la notion de nombre.

Les constructions dans l'espace (imitation de modèles avec des cubes, des briquettes, des bâtons, la reproduction de modèles sur une feuille de papier (gommettes, etc.), et de nombreuses autres situations de la vie quotidienne (verser de l'eau jusqu'à une graduation, mesurer la température, suivre une recette, etc.) sont d'autres problèmes intéressants et motivants pour les enfants (mesurer des quantités, ajouter, soustraire, etc.).

Construire des premiers savoirs et savoir-faire avec rigueur

Acquérir la suite orale des mots-nombres

Pour que la suite orale des mots-nombres soit disponible en tant que ressource pour dénombrer, elle doit être stable, ordonnée, segmentée et suffisamment longue. Elle doit être travaillée pour elle-même et constituer un réservoir de mots ordonnés. La connaissance de la suite orale des noms des nombres n'est pas l'apprentissage du nombre mais y contribue.

Avant quatre ans, les premiers éléments de la suite numérique peuvent être mis en place jusqu'à progressivement étendus jusqu'à trente **en fin de grande section**. L'apprentissage des comptines aide au moment qu'elles font intervenir d'autres mots (exemple : Prévert « Une pierre, deux maisons, et non une série indifférenciée (« un deux trois quatre cinq... ») favorise notamment la mémorisation des nombres, la segmentation des mots-nombres en unités linguistiques. Au-delà de la simple comptine des nombres, il est important pour les élèves de pouvoir compter à partir d'un nombre donné, de repérer les nombres qui viennent avant et après, de pouvoir donner le suivant et le précédent et de prendre conscience du lien avec l'augmentation ou la diminution d'un élément d'une collection.

Écrire les nombres avec les chiffres

Parallèlement, les enfants rencontrent les nombres écrits notamment dans des activités occasionnelles de la vie de la classe, dans des jeux et au travers d'un premier usage du calendrier. Les premières écritures des nombres sont introduites progressivement à partir des besoins de communication au sein de la classe (par exemple, le nombre d'élèves absents ce jour) ou dans la résolution de problèmes concrets. En ajoutant une contrainte d'éloignement dans l'espace et dans le temps dans l'organisation d'une situation, ou en demandant de transmettre une information sans parler, l'enseignant rend nécessaire l'utilisation d'une trace écrite pour garder des informations en mémoire. Cet usage de l'écrit pour se souvenir est une découverte importante. L'enseignant aide à comprendre que la conservation de l'information de quantité passe par l'élaboration d'un code commun (les nombres) et mobilise rapidement cette connaissance.

L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres. La progression de la capacité de lecture et d'écriture des nombres s'organise sur le cycle, notamment **à partir de quatre ans**.

Dénombrer

Une grande attention doit être portée aux activités de dénombrement pour que soit évité le « comptage-énumération ». Elles doivent faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée. Ainsi, par exemple, pour des éléments déplaçables, « trois » est dit seulement au moment où l'élément pointé rejoint les deux précédents pour former ainsi une collection de trois. Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant ou en reculant de une unité dans la suite des noms de nombres.

Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être en mesure lors du dénombrement de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer, en pointant chaque élément une seule fois et sans en oublier aucun. Cette capacité d'énumération doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée alignée sur une feuille ou pas).

4.1.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non (perception immédiate, correspondance terme à terme, etc.).
- Réaliser une collection dont le cardinal est compris entre 1 et 10.
- Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une collection de la collection proposée (quantités inférieures ou égales à 10).
- Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans un jeu organisé, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des symboles analogiques (constellations, doigts), verbaux (mots-nombres) ou écrits pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité, jusqu'à 10 au moins.
- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des objets.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins; les composer et les décomposer par des procédures effectives puis mentales.
- Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Dire la suite des nombres à partir d'un nombre donné (par exemple 30).
- Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à 10.
- Commencer à écrire les nombres en chiffres jusqu'à 10.
- Commencer à comparer deux nombres inférieurs ou égaux à 10 écrits en chiffres.
- Commencer à positionner des nombres les uns par rapport aux autres et à compléter numériquement une suite (les nombres en jeu sont inférieurs ou égaux à 10).
- Commencer à résoudre des problèmes de composition de deux collections, d'ajout ou de soustraction (les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 10).